Стохастическое моделирование аддитивных и мультипликативных помех в радиоканале связи

Выполнила:

студентка ОмГУ

им. Ф.М. Достоевского,

Института математики и информационных технологий

Шипицына Анастасия Александровна

Задачи

- изучить модель преобразования сигнала в канале
- выявить распределения и случайные процессы, необходимые для имитации помех
- разработать простые алгоритмы моделирования распределений и случайных процессов
- предоставить реализацию на языке C++ без использования библиотек специальных функций
- провести тестирование полученного результата

Модель передачи сигнала по каналу связи

$$w(t)=\sqrt{E\cdot K_L}\cdot\sum_{i=1}^{N}\sqrt{\xi_i\cdot w_i}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{R_i+1}}\cdot K_i(t)+\sqrt{\frac{R_i}{R_i+1}}\cdot D_i(t)\right)\cdot z(t-t_i)$$

$$+n(t)+\lambda(t)+p(t),$$

N – количество лучей принимаемого сигнала w(t);

z(t) – передаваемый сигнал;

t_i – временные задержки в лучах;

n(t) – белый шум;

λ(t) – случайный процесс, моделирующие импульсные помехи;

p(t) – стационарный процесс, моделирующие станционные помехи;

$$w(t)=\sqrt{E\cdot K_L}\cdot\sum_{i=1}^{N}\sqrt{\xi_i\cdot w_i}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{R_i+1}}\cdot K_i(t)+\sqrt{\frac{R_i}{R_i+1}}\cdot D_i(t)\right)\cdot z(t-t_i)$$
$$+n(t)+\lambda(t)+p(t),$$

ξ_i – случайные величины, реализующие медленные замирания лучей;

E – средняя мощность отправляемого сигнала;

$K_L(f_c,d,g)$ – коэффициент потери мощности сигнала в тракте;

$K_i(t)$ – случайный процесс, моделирующие доплеровский сдвиг частоты в отраженных лучах;

$D_i(t)$ – детерменированный сигнал, моделирующие доплеровский сдвиг в прямых лучах;

$R_i(t)$– коэффиценты Райса;

Случайные процессы и распределения, необходимые для имитации помех

- ДПСЧ с равномерным распределением
- ДПСЧ с нормальным распределением
- ДПСЧ с логарифмически нормальным распределением
- Белый шум

$$w(t)=\sqrt{E\cdot K_L}\cdot\sum_{i=1}^{N}\sqrt{\xi_i\cdot w_i}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{R_i+1}}\cdot K_i(t)+\sqrt{\frac{R_i}{R_i+1}}\cdot D_i(t)\right)\cdot z(t-t_i)$$
$$+n(t)+\lambda(t)+p(t),$$

ДПСЧ с равномерным распределением

Последовательность $\omega = (x_n)$ ($n = 1,2,\ldots$) действительных чисел равномерно распределена по модулю 1 (р.р. мод 1), если для любой пары a,b действительных чисел, для которых $0 \le a < b \le 1$, имеем

$$\lim_{N \to \infty} \frac{A([a,b); N; \omega)}{N} = b - a,$$

.

где $A([a,b); N; \omega)$ — счетчик, равный количеству членов последовательности x_n ($1 \le n \le N$) таких, что $\{x_n\}$ принадлежит промежутку $[a,b)$, где N – положительное целое число.

Отклонение

Пусть $x_1,\ldots,$ x_N - конечная последовательность действительных чисел.

Число D_N называется отклонением заданной последовательности.

$$D_N = D_N(x_1,\ldots,x_N) = \sup_{0 \leqslant \alpha \leqslant \beta \leqslant 1} \left| \frac{A([\alpha,\beta);N)}{N} - (\beta-\alpha) \right|$$

Последовательность Ван дер Корпута

Последовательность Ван дер Корпута (x_n) определяется следующим образом: пусть n $\geq$1, двоичное разложение числа $n-1=\sum_{j=0}^{s} a_j 2^j$ тогда $x_n=\sum_{j=0}^{s} a_j 2^{-j-1}$.

Отклонение D_N (ω) последовательности Ван дер Корпута ω = (x_n) удовлетворяет неравенству

$$N \cdot D_N(\omega) \leqslant \frac{\ln(N+1)}{\ln 2}.$$

Белый шум

Семейство случайных величин $\{\Delta\eta\}$, где для любого $t > s$, будем называть белым шумом, если выполняются следующие условия:

1) при $\Delta_1 \cap \Delta_2 = \varnothing$ $\Delta_1\eta$ и $\Delta_2\eta$ - некоррелированные величины.

2) $M_{\Delta\eta} = 0$, $D_{\Delta\eta} = \sigma^2|\Delta|$.

$\Delta\eta_p = \sqrt{\Delta}\sum_{k=1}^{p} x_k$ с нулевым средним и дисперсией $D = \frac{c^2}{3} p\Delta$

где $x_k = 2c \cdot vdc(k, 2.0) - c$, а c – некоторая константа.

ДПСЧ с нормальным и лог-нормальным распределениями

Нормальный закон распределения характеризуется плотностью вероятности следующего вида:

$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Случайная величина X имеет лог-нормальное распределение с параметрами μ, σ, если X = exp(Y), где Y имеет нормальное распределение с параметрами μ, σ.

Тестирование моделируемых распределений

Критерий согласия Колмогорова основан на определении величины максимального отклонения эмпирической функции распределения от предполагаемой теоретической функции распределения.

$$D_n^{+} = \max_{1 \leqslant i \leqslant n} \left[\frac{i}{n} - F(x_i) \right] \qquad D_n^{-} = \max_{1 \leqslant i \leqslant n} \left[F(x_i) - \frac{i-1}{n} \right]$$

$$D_n = \max \left[D_n^{+}; D_n^{-} \right]$$

Ошибка при проверке статистических гипотез первого рода заключается в отрицании основной гипотезы, когда на самом деле она верна.

λ_α – квантиль распределения Колмогорова уровня значимости α.

Если выполняется неравенство $\sqrt{n}D_n \leqslant \lambda_\alpha$, то основную гипотезу не отвергают с уровнем значимости α.

Тестирование ДПСЧ с равномерным распределением

N	Статистика Колмогорова	$\lambda_{0.1} = 1.22$	$\lambda_{0.05} = 1.36$	$\lambda_{0.01} = 1.63$
10	*0.553397*	+	+	+
100	*0.231245*	+	+	+
1000	*0.0775595*	+	+	+
5000	*0.0483313*	+	+	+
10000	*0.0341515*	+	+	+
50000	*0.0186925*	+	+	+
100000	*0.0131422*	+	+	+
500000	*0.0056444*	+	+	+
1000000	*0.00375278*	+	+	+

Тестирование ДПСЧ с нормальным и лог-нормальным распределениями

На основе сложения 12 слабокоррелированных псевдослучайных величин.

N	Статистика Колмогорова	$\lambda_{0.1} = 1.22$	$\lambda_{0.05} = 1.36$	$\lambda_{0.01} = 1.63$
10	1.17603	+	+	+
100	0.617667	+	+	+
1000	0.533697	+	+	+
От 2000 до 50000	От 0.355275 до 0.743014	+	+	+
100000	0.831619	+	+	+
500000	1.74577	-	-	-
1000000	2.44783	-	-	-

На основе сложения 6 слабокоррелированных псевдослучайных величин.

N	Статистика Колмогорова	$\lambda_{0.1} = 1.22$	$\lambda_{0.05} = 1.36$	$\lambda_{0.01} = 1.63$
10	0.591271	+	+	+
100	0.84515	+	+	+
1000	0.583991	+	+	+
От 2000 до 10000	От 0.474741 до 0.795161	+	+	+
50000	1.36952	-	-	+
100000	1.7075	-	-	-
500000	3.59248	-	-	-
1000000	4.93593	-	-	-

Заключение

В ходе работы была изучена модель преобразования сигнала в канале. Было определено, какие распределения и случайные процессы необходимо моделировать для имитации радиосигнала со случайными помехами, были разработаны простые алгоритмы моделирования этих распределений и случайных процессов, которые были реализованы на языке C++ без использования библиотек специальных функций.

Спасибо за внимание!